

Alles van waarde is relatief

- 'Hoofdstuk #03' -



Waar verschil is, ontstaat beweging!

Met behulp van de volgende vraagstukjes wil ik je aan het denken zetten over de begrippen tijd, energie en met name voorkeur, evenals de bijbehorende wiskundige operaties, en schalen. Deze ‘stof tot nadenken’ kan je hopelijk helpen bij het begrijpen van de voorkeurswaarde en het correct wiskundig gebruik ervan, aangezien dit de enige cruciale grootheid is voor besluitvorming. De basis van ‘dit denken’ ligt ten grondslag aan Preference Function Modelling (PFM) zoals fundamenteel en origineel ontwikkeld door Prof. Jonathan Barzilai, zie: Barzilai, J. (2022). *Pure economics*. FriesenPress. Hierna volgen tien ‘PFM-teasers’:

1. Een gezin kreeg een dochter op 1 januari 2020; op dat moment was ze 0 dagen oud. Hoeveel keer ouder is hun dochter vandaag? En hoeveel keer ouder was hun dochter op 6 januari 2020 in vergelijking met 2 januari 2020? Ze kregen ook een zoon, geboren op 2 april 2021. Hoeveel keer ouder was hij op 8 april 2021 vergeleken met 5 april 2021?
2. Vandaag is het vrij koud, met een temperatuur van nul graden buiten. Een man besluit daarom binnen te blijven. Morgen wordt het twee keer zo warm. Zou hij morgen wellicht wel naar buiten kunnen gaan?
3. In 2002 werd de oudste zoon geboren, en in 2004 de oudste dochter. In 2004 had het gezin dus $1+1=2$ kinderen. Maar wat betekent dan de optelling $2002+2004$? In respectievelijk 2006 en 2009 werden een derde en vierde kind geboren. Over hoeveel tijd werd de man vader van vier kinderen?
4. Er geldt dat t_1 is $14u = 2p.m$ en t_2 is $15u = 3p.m$. Is de ratio t_2/t_1 gelijk $3/2=1,5$ of $15/14=1,0714\dots$?
5. Een man reist met de trein van Delft naar Eindhoven. Hij vertrekt om 14.00 uur uit Delft en komt om 16.00 uur aan in Eindhoven. Tijdens de reis maakt hij één overstap in Breda. Kan worden berekend hoeveel keer de reistijd van Delft naar Breda langer is dan die van Breda naar Eindhoven? Zo ja, hoeveel keer? Zo nee, welke aanvullende informatie is daarvoor nodig?
6. Wat is de potentiële energie van een bal van 1 kg die boven op een flatgebouw ligt van 15 etages hoog, waarbij 1 etage 4 meter hoog is? Wat is de potentiële energie als de bal zich op de eerste etage bevindt? Wat is het verschil in potentiële energie tussen deze twee posities?
7. In een baggerboot zit een pomp in een aanvoerleiding. Aan de ene kant van de pomp is de druk X, en aan de andere kant is de druk Y. Wanneer gaat er vloeistof stromen?
8. In een ontwerpprobleem heeft Alternatief A een waarde X en Alternatief B een waarde Y. Wanneer kan een ontwerper een definitieve keuze maken tussen deze alternatieven? Kan de ontwerper aangeven hoe vaak het ene alternatief “beter” is dan het andere als de waarden X en Y respectievelijk (a) geluidsniveaus of (b) schoonheid representeren? Stel nu dat X, Y, Z respectievelijk (a) [70,50,10] en (b) [60,40,0] zijn, waarbij Alternatief C een waarde Z heeft. Bereken hoeveel “beter/slechter” A is ten opzichte van B, en—indien nodig—relatief ten opzichte van C, voor de gevallen (a) geluidsniveau en (b) schoonheid, gebruikmakend van (1) en (2) als de respectieve voorkeurwaarden.
9. Een persoon moet kiezen tussen twee banen, A en B, op basis van de criteria groeikansen en salaris, met respectievelijke gewichten van 0,6 en 0,4. De groeikansen voor positie A en B zijn respectievelijk 15 en 20. Het salaris voor positie A en B bedraagt respectievelijk €50.000 en €45.000 per jaar. Welke positie kiest hij als hij voor dit besluit het gewogen gemiddelde gebruikt? Na controle van het contract blijkt echter dat het salaris niet in euro's (€) is, maar in kilo dollars (k\$). De wisselkoers is op dat moment $1\text{ €} = 1,1\text{ \$}$, wat betekent dat het salaris voor positie A en B respectievelijk 55 k\$ en 49,5 k\$ per jaar bedraagt. Hij voert de berekening opnieuw uit en komt tot een ander besluit. Hoe komt het nu dat hij geen finaal besluit kan nemen?
10. Stel, een professor krijgt een algehele onderwijsbeoordeling van een 7, gebaseerd op een gewogen gemiddelde van drie deelscores: 'verstaanbaarheid', 'begrijpbaarheid' en 'uitlegbaarheid', die elk een gelijk gewicht hebben. Thuis vertelt hij zijn kinderen over dit ‘goede’ resultaat, waarop één van hen zegt: 'Dit resultaat zegt me niks, papa!' Heeft het kind gelijk? Zo nee, leg uit waarom niet. Zo ja, wat is nodig om een 'goed' resultaat te kunnen beoordelen? En is het gewogen gemiddelde een betrouwbare onderbouwing voor deze beoordeling?

Voorkeur¹ is de enige maatstaf die echt relevant is voor besluitvorming. In tegenstelling tot objectieve maten zoals tijd of energie, is voorkeur subjectief en afhankelijk van de context van de keuze en de beleving van de persoon. In de sociale wetenschappen wordt besluitvorming fundamenteel gedreven door voorkeursverschillen – net zoals hoogteverschillen bepalend zijn voor potentiële energie in de fysica. Omdat voorkeur inherent relatief is – afhankelijk van de alternatieven die we overwegen en van de manier waarop we schalen en gewichten toekennen – is het essentieel om een juiste wiskundige aanpak te hanteren om deze relatieve voorkeuren te modelleren.

Voorkeur is, net als tijd, onderdeel van een eendimensionale affiene ruimte, waarin wiskundige operaties zoals vermenigvuldigen en optellen niet gedefinieerd zijn. Het gebruik van ongedefinieerde schalen en het gewogen gemiddelde geeft dan ook geen getrouwe weergave van hoe we werkelijk tot een goed besluit komen. Om te kunnen kiezen, hebben we ten minste twee verschillende opties nodig met bijbehorende voorkeurswaarden, en om hiermee te kunnen rekenen, zijn minimaal drie alternatieven vereist². Dit roept de vraag op: hoe kunnen we voorkeuren wiskundig zo representeren dat ze besluitvorming écht ondersteunen? Het antwoord ligt in de effectieve toepassing van de ‘preference function modelling’ (PFM)- theorie³ binnen multicriteria beslis- en ontwerpmodellen.

Naast deze kernideeën over de juiste wiskundige weergave van voorkeuren zijn er enkele fundamentele overwegingen die de relatie tussen verschil, waarde en beweging verduidelijken.. "*Alles van waarde is relatief*" houdt in dat waarden afhangen van context en perspectief, zonder absolute maatstaf. Protagoras benadrukte dat waarde subjectief is, terwijl Einstein aantoonde dat zelfs objectieve grootheden zoals tijd en ruimte relatief afhankelijk zijn van de waarnemer. Dit idee onderstreept dat voorkeursuitdrukkingen situatie- en ervaringsgebonden zijn. Voorkeur weerspiegelt de mate van 'tevredenheid' of 'welzijn' – een relatieve menselijke ervaring van oneindigheid, ervaren via alle (innerlijke en uiterlijke) waarnemingsorganen en zintuigen.

¹ Het woord **voorkeur** (of *preferentie*) betekent ‘iets verkiezen boven iets anders’. Letterlijk betekent het ‘iets hoger achten of waarderen dan iets anders, het boven iets anders stellen in waardering of voorkeur’. Het is direct afgeleid van het Latijnse *praeferre*, wat ‘voorop plaatsen’ of ‘voor zich uit dragen’ betekent, samengesteld uit *prae* (‘voor’) en *ferre* (‘dragen’). Voorkeur is een uitdrukking van de mate van **tevredenheid** en weerspiegelt de **waarde, utiliteit of bruikbaarheid** van iets voor een persoon. Voorkeur staat synoniem voor keuze of beslissing, omdat men kiest voor wat men prefereert of aan welke keuze men de voorkeur geeft (bijvoorbeeld $A > B$). Voorkeur is een grootheid zonder fysieke eenheid. Om met voorkeursscores te kunnen rekenen, worden deze uitgedrukt als reële getallen op een schaal – bijvoorbeeld van 0 (slechtste alternatief) tot 100 (beste alternatief). De betekenis van deze scores is uitsluitend relatief en wordt bepaald door de onderlinge verschillen tussen alternatieven.

² Merk op dat bij **twee opties** slechts een **ordinale keuze** mogelijk is wanneer alle criteria van de ene optie groter of kleiner zijn dan die van de andere. In dat geval kan men zeggen dat de ene optie beter is dan de andere, maar niet hoeveel keer beter. Zijn de criteria gemengd of gelijkwaardig verdeeld, dan is de keuze 50-50 en spreken we van onverschilligheid (indifferentie). Pas wanneer er sprake is van **drie of meer** onderling verschillende opties, kan een rangorde worden bepaald én kunnen ook de onderlinge verhoudingen worden berekend.

³ **PFM** is ontwikkeld door Jonathan Barzilai en corrigeert tekortkomingen in traditionele micro-economische modellen door voorkeuren wiskundig correct te modelleren als de kern van besluitvorming. Odesys heeft de PFM-benadering uitgebreid van multicriteria besluitevaluatie (MCDA) naar multi-objectieve ontwerpoptimalisatie (MODO). Hiervoor ontwikkelde Odesys de Preferendus-tool, gebaseerd op de geavanceerde IMAP-optimalisatiemethode en de A-fine Aggregator. Zie ook de volgende voetnoten 4 en 5.

“Waar verschil is, ontstaat beweging” weerspiegelt het idee dat een verschil de drijvende kracht is achter actie en verandering. Dit concept kan in verschillende contexten worden toegepast. Zo zorgt drukverschil in de fysieke wereld voor stroming, potentiële energiever verschillen veroorzaken beweging, en spanningsverschil leidt tot stroom. Evenzo bepaalt in de sociale wereld een voorkeurswaardeverschil een handeling of besluit. Deze fysieke en sociale verschillen treden op in een oneindig veld zonder absoluut nulpunt en zijn de relatieve samenstellingen van verschillende object toestanden of subject ervaringen. Kortom, een potentiaalverschil drijft dynamiek in fysieke systemen (zoals stroom en beweging), terwijl een voorkeursverschil de drijvende kracht vormt in sociale systemen (zoals ontwerp en besluitvorming). De mens ontwikkelt zich om daadwerkelijk een verschil te maken - zijn ‘potentieverschil’! Wanneer het hem geen verschil meer maakt – hem onverschillig laat – ontstaat er *indifferentie*, is het hem om het even en blijft alles bij ‘*idem dito eender van hetzelfde*’.

De vorige overwegingen sluiten aan bij Luceberts uitspraak “*Alles van waarde is weerloos,*” die de kwetsbaarheid van het waardevolle benadrukt, zoals liefde, kunst, natuur en menselijke waarden, en oproept tot bescherming en zorg. Deze gedachte weerspiegelt een holistische visie waarin zelfs het kleinste of meest kwetsbare een essentiële bijdrage levert aan het grotere geheel. Zelfs het kleinste waardeverschil kan iets in beweging krijgen!

Odesys heeft bovenstaande kernideeën en overwegingen geïntegreerd in haar IMAP optimalisatiemethode⁴ en Preferendus-tooling⁵, om pure a-priori besluitvorming te ondersteunen – niet door achteraf te kiezen uit een beperkte set voorgekookte opties, maar door te ontwerpen vanuit een ‘oneindige’ oplossingsruimte. Zo doorbreekt IMAP/Preferendus fundamentele tekortkomingen die eigen zijn aan traditionele aggregatiemethoden – zoals het gewogen gemiddelde – en ook het gebruik van monetarisering om het aggregatieprobleem te omzeilen. Zulke benaderingen schieten tekort bij het oplossen van complexe, multi-objectieve vraagstukken, waarin het juist draait om het vinden van de oplossing met de hoogste geaggregeerde voorkeurswaarde. Daarnaast elimineert het de modelleerfout die ten grondslag ligt aan Pareto-frontbenaderingen. Elke ontwerpoptie in de oplossingsruimte vertegenwoordigt immers een unieke voorkeur van de besluitvormer, waardoor oplossingen op een Pareto-front – met zogenaamd gelijke waarden – feitelijk betekenisloos zijn, nog afgezien van de onderliggende wiskundige tekortkomingen. Dát is het *verschil* dat Odesys *maakt*: door geïnformeerde beslissingen mogelijk te maken die gestuurd worden door voorkeuren en ontwerpprincipes – en zo *échte waarde te creëren* in complexe contexten met meerdere objectieven en belangen!

⁴ **IMAP** staat voor *Integrative Maximization of Aggregated Preference* en is een state-of-the-art optimalisatiemethode op basis van voorkeur én prestatie. IMAP overtreft bestaande multi-objectieve optimalisatiemethoden doordat het subjectieve voorkeuren en objectieve prestaties integraal verbindt binnen één gezamenlijke besluitruimte, en is gebaseerd op een wiskundig rigoureuze basis.

⁵ De **Preferendus**, gebaseerd op de Preference Function Modelling (PFM)-theorie, is de kwantitatieve beslissingsondersteuningstool van Odesys. De Preferendus identificeert de best passende oplossing met behulp van de IMAP-optimalisatiemethode, door de optie te selecteren met de hoogste geaggregeerde voorkeurwaarde voor de groep, berekend via het PFM-gebaseerde A-fine Aggregator-algoritme.

Zie hieronder de korte antwoorden naar aanleiding van de oorspronkelijke ‘provocatie’ aan het begin.

Korte antwoorden op tien ‘PFM-teasers’

1. (a) De eerste vraag is niet oplosbaar: elke ratio die een tijdstip vanaf een arbitraire nul (0 dagen) gebruikt is niet gedefinieerd, bijvoorbeeld $k = (10 - 1)/(1 - 1) = 9/0$, wat niet bestaat. (b) Alleen verschillen hebben betekenis: het interval van 1 januari tot 6 januari is 5 dagen, en van 1 januari tot 2 januari is 1 dag, dus $k = (6 - 1)/(2 - 1) = 5$, wat betekent dat ze op 6 januari 5 keer zo oud was als op 2 januari. (c) Hetzelfde principe geldt voor de zoon: het interval van 2 april tot 8 april is 6 dagen, en van 2 april tot 5 april is 3 dagen, dus $k = (8 - 2)/(5 - 2) = 2$, wat betekent dat hij op 8 april 2 keer zo oud was als op 5 april. Men kan evenzeer $k = (A - C)/(B - C)$ gebruiken met C als absolute nulreferentie, d.w.z. de geboortedatum = 0 dagen, wat voor de dochter $5/1 = 5$ en voor de zoon $6/3 = 2$ geeft.
2. $2 \times 0 = 0$ (absoluut) is ongedefinieerd (en stelt niks voor). $0 = 0$ graden Celsius, met een absoluut 0-punt van -273 (eendimensionale vectorruimte). Dan geldt $2 \times (0 - -273) = 546 = +273$ graden Celsius. Je kunt dus absoluut niet naar buiten, wellicht in een diepe koele kelder onder je huis?
3. $2002+2004 = 4006$, maar is betekenisloos: optellen niet gedefinieerd op tijdschaal. $2009-2002 = 7$ jaren: het tijdsverschil stelt dus wel degelijk iets voor (tijd bevindt zich in een eendimensionale affiene ruimte).
4. Geen van de tijdratio's zijn gedefinieerd. Tijd is er altijd en bevindt zich in de eendimensionale affiene ruimte, waar delen niet is gedefinieerd.
5. Dit is alleen mogelijk met tussentijdstippen (men zou in feite alleen kunnen zeggen: “Ik ben later in Eindhoven dan in Delft”). Extra informatie is nodig voor een tijdstip in Breda. Zonder zulke tijden is de vraag niet te beantwoorden. Stel dat de reiziger in Breda aankomt om 14:45 en vertrekt om 15:00; dan zijn de intervallen Delft–Breda = 45 minuten en Breda–Eindhoven = 60 minuten, zodat de k-ratio $60/45 = 4/3$ is.
6. a) Niet te bepalen zonder absoluut 0-punt expliciet op de grond te kiezen: dan $1 \times 10 \times (15 \times 4) = 600$ Nm, anders onbepaald (oneindige hoeveelheid uitkomsten); b) Idem, maar nu $1 \times 10 \times (1 \times 4) = 40$ Nm c) Verschil = 560 Nm en dat zorgt voor een eventuele balbeweging van hoog naar laag.
7. Alleen wanneer $X \neq Y$ ($X > Y$: drukverschil zorgt voor stroming van X naar Y).
8. (a) Alleen wanneer $X \neq Y$ kan een beslissing worden genomen: er moet een verschil zijn. Om te zeggen dat “A k keer beter is dan B” is een absoluut nulpunt of een derde alternatief met absolute nulwaarde, C, nodig, zodanig dat $k = (A - C)/(B - C) = A/B$. Dit is alleen zinvol voor grootheden zoals geluidsniveaus, die een betekenisvol absoluut nulpunt hebben. Voor subjectieve criteria zoals schoonheid zijn alleen relatieve verschillen betekenisvol. De enige zinvolle berekeningen zijn dus ofwel de k-factor $k = (A - C)/(B - C)$, waarbij A k keer mooier is vergeleken met C, of het toepassen van $k = k_A / k_B$, waarbij $k_A = (A - \min)/(\max - \min)$ en $k_B = (B - \min)/(\max - \min)$, opnieuw aangevend dat k uitdrukt dat A k keer mooier is vergeleken met C. NUMERIEKE RESULTATEN: De ruwe voorkeurwaarden voldoen aan $[70,50,10] \leftrightarrow [60,40,0] \leftrightarrow [100,66,67,0]$, wat laat zien dat alle drie de reeksen met elkaar verbonden zijn door dezelfde affiene (min–max) transformatie. (a) Geluidsniveaus met een absoluut nulpunt: $k = (A - C)/(B - C) = 1,5$, wat betekent dat A 1,5 keer “slechter” is dan B (A is 1,5 keer luider). (b) Schoonheidswaarden zonder betekenisvol nulpunt: met de relatieve referentie $C = 0$, $k = (A - C)/(B - C) = (60 - 0)/(40 - 0) = 1,5$, wat betekent dat A 1,5 keer mooier is dan B, *alleen relatief ten opzichte van C*. Men kan dit ook uitrekenen met de min–max k-ratio waarbij $\min = 0$ en $\max = 100$, geldt $k_A = 1$, $k_B = 0,667$, en $k = k_A/k_B = 1,5$. Omdat schoonheid subjectief is, drukt deze 1,5-ratio alleen een relatief A/B-verschil uit vergeleken met C (zelfs als C nul lijkt, is dit slechts een willekeurige relatieve referentie, dus er kan niet gezegd worden dat “A k keer beter is dan B”).
- 9.

Korte antwoorden op tien 'PFM-teasers' - vervolg

9. a) Hij gebruikt 'onbewust' het gewogen gemiddelde voor de berekening: overall gewogen score is $A = 20009 > B = 18012$. Hij kiest dus voor A b) Overall gewogen score is $A = 31 < B = 31,8$. Hij kiest dus voor B; c) Hij kan nu niet kiezen en dit komt omdat het gewogen gemiddelde niet gedefinieerd is in een eendimensionale affiene ruimte (en bovendien zijn eenheden niet een onderdeel van de definitie van het gewogen gemiddelde). Het gewogen gemiddeld operator geeft een oneindig aantal niet-equivalente uitkomsten en is hiermee onbruikbaar voor besluitvorming!
10. Het kind heeft absoluut gelijk: a) schaal niet gedefinieerd: wat is een 7 waard op n schaal van ...?; b) De drie deelscores zijn niet op te tellen en het gewogen gemiddelde is niet gedefinieerd; c) Maar bovenal, en bovendien, is de bewering 'goed resultaat' relatief ten opzichte van de andere deelnemers: stel je voor dat er vier andere professoren meedoen met elk een score van 9, of juist allemaal een score van 6. De gewogen som, zonder enige relatieve en genormaliseerde context, levert dus inderdaad geen betekenisvolle informatie op. Zelfs al zou je de scores relatief maken en eventueel gebruikmaken van een referentiepunt om operaties zoals optellen of vermenigvuldigen te rechtvaardigen, dan nog geeft dit slechts absolute informatie die geen afspiegeling van de werkelijkheid vormt. Wat het kind niet weet, is dat het probleem wél oplosbaar is door de scores te normaliseren en vervolgens de gewogen kleinste-kwadratenverschilmethode toe te passen binnen de affiene voorkeursruimte.